一、等倾干涉 （薄膜厚度均匀）

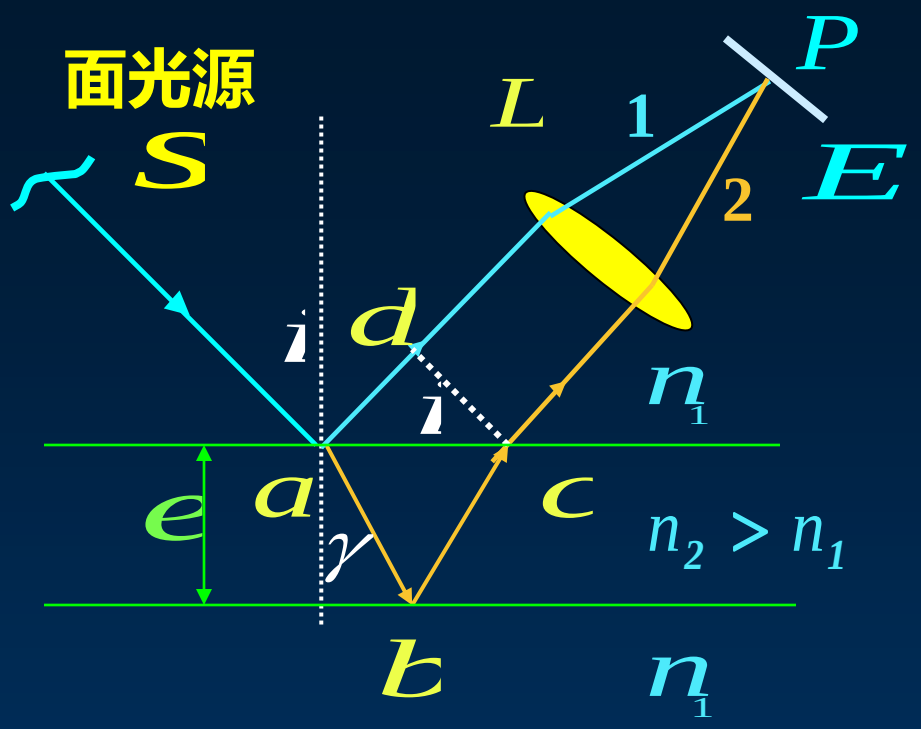
两条光线的光程差

$$\delta = n_2(ab+bc)-n_1 ad+\frac{\lambda}{2}$$

$$= 2n_2 e\cos\gamma+\frac{\lambda}{2}$$

$$= 2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}$$

$$= \begin{cases} k\lambda, k=1,2,\ldots. \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, k=0,1,\ldots. \text{暗纹} \end{cases}$$



$$ab = bc = \frac{e}{\cos\gamma},$$

$$ad = ac\sin i = 2etg\gamma\cdot\sin i$$

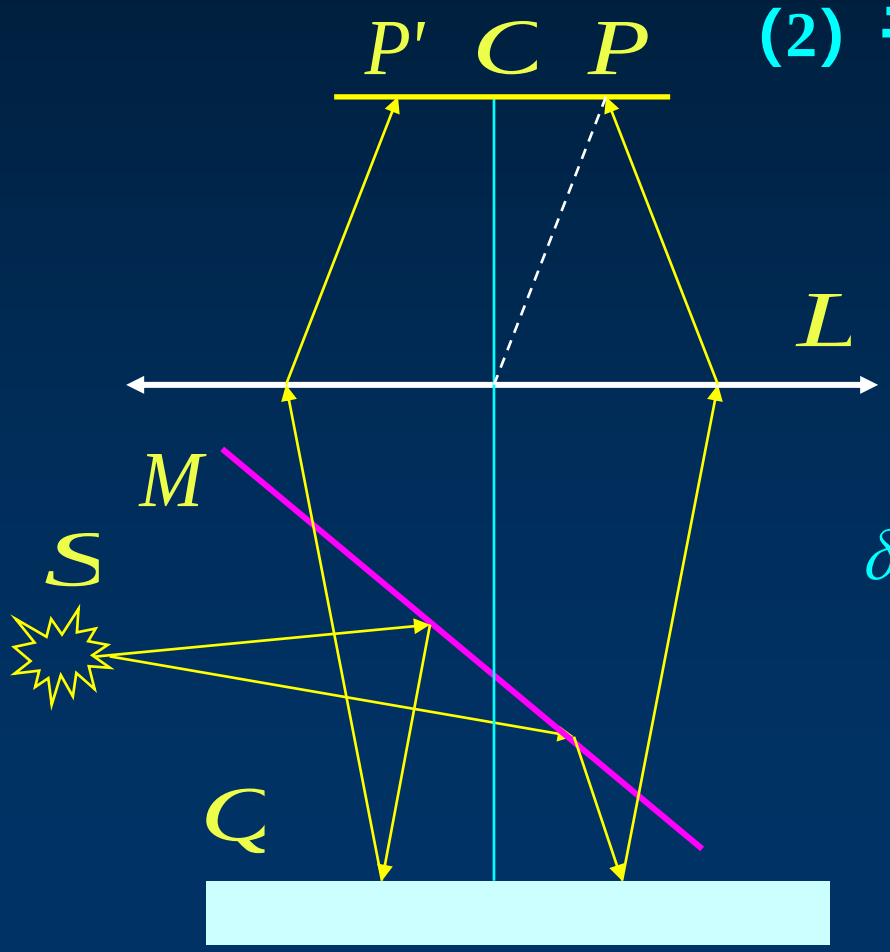
$$n_1\sin i = n_2\sin\gamma$$

注意：

- 半波损失
- 透镜不产生附加光程差

讨论

(1) 凡以相同倾角入射的光，反射光束有相同的光程差，对应干涉中一条条纹，称等倾干涉，条纹称等倾条纹。



(2) 干涉条纹 特点:

- 形状:

一系列同心圆环，内疏外密。

- 条纹级次分布:

内纹级次比外纹级次高。

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

- 膜厚变化时,条纹移动:

厚度增大，圆纹从中心冒出，向外扩张，条纹间距变密。

- **条纹变化与波长关系:**

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\begin{cases} 2e_k n_2 + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda \\ 2e_{k+1} n_2 + \dfrac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda \end{cases} \quad \Delta = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n_2}$$

冒出（湮没）一个圆纹，光程差改变一个波长，即薄膜厚度 e 改变 $\lambda/(2n_2)$

(3) 反射干涉与透射干涉互补 —— 能量守恒关系

(4) 应用 —— 增透膜，增反膜 —— 薄膜光学

薄膜干涉的一般情况是相当复杂的。其干涉的特征与光源的尺寸、膜的厚薄和形状以及如何观测都有十分密切的关系。

例1： 波长550nm黄绿光对人眼和照相底片最敏感。要使照像机对此波长反射小，可在照相机镜头上镀一层氟化镁MgF_2薄膜，已知氟化镁的折射率 $n = 1.38$，玻璃的折射率 $n = 1.55$

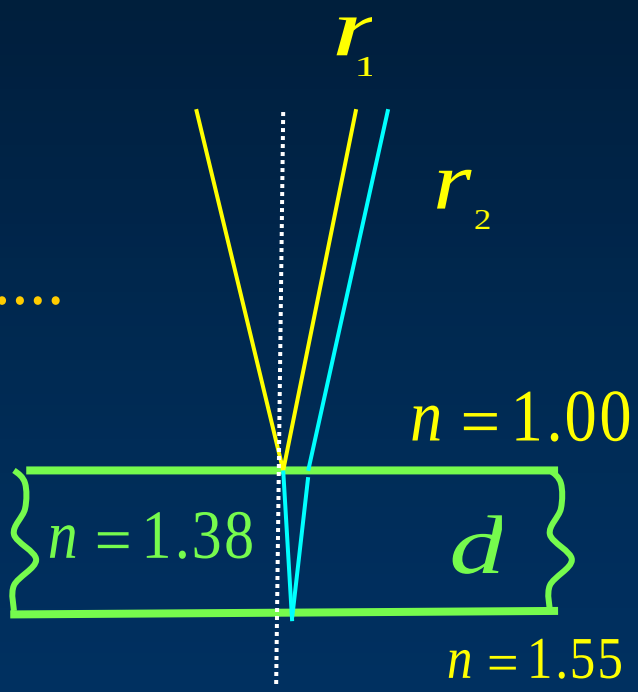
求： 氟化镁薄膜的最小厚度。

解： 两条反射光干涉相消条件

$$2nd + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, k = 0,1,2,.....$$

增透膜的最小厚度

$$d = \frac{\lambda}{4n} = \frac{550}{4\times 1.38} \approx 100(nm)$$



增反膜 → 薄膜光学厚度仍为 $\lambda / 4n$，但膜层折射率 n 比玻璃的折射率大——增反膜

例2： 一平面单色光波垂直照射在厚度均匀的薄油膜上，油膜覆盖在玻璃板上，所用光源波长可连续变化，观察到500nm和700nm这两个波长的光在反射中消失。油的折射率为1.30，玻璃的折射率为1.50

求： 油膜的厚度

解： 根据题意，不需考虑半波损失，暗纹的条件为

$$\begin{cases} 2nd = (2k+1)\dfrac{\lambda_1}{2} \\ 2nd = [2(k+1)+1]\dfrac{\lambda_2}{2} \end{cases}$$

$$d = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2n(\lambda_1-\lambda_2)} = \frac{500\times 700}{2\times 1.30\times(700-500)}$$

$$= 6.73\times 10^2\,(\mathrm{nm})$$

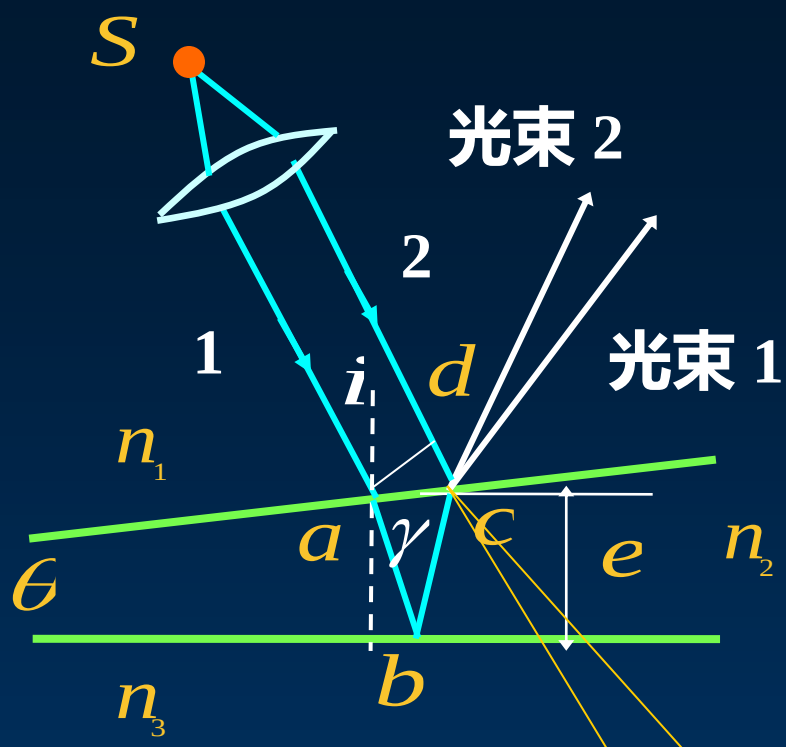
二、等厚干涉 （薄膜厚度不均匀）

两条相干光线的光程差

$$\delta = n_2(ab+bc)-n_1 dc+(\frac{\lambda}{2})$$

$$= 2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}+(\frac{\lambda}{2})$$

$$= 2n_2 e\cos\gamma+(\frac{\lambda}{2})$$



设入射光垂直于上表面，故

$$\delta = 2n_2 e+(\frac{\lambda}{2})=\begin{cases}2k\lambda/2, k=1,2,....\\(2k+1)\ \lambda/2, k=0,1,2,....\end{cases}$$

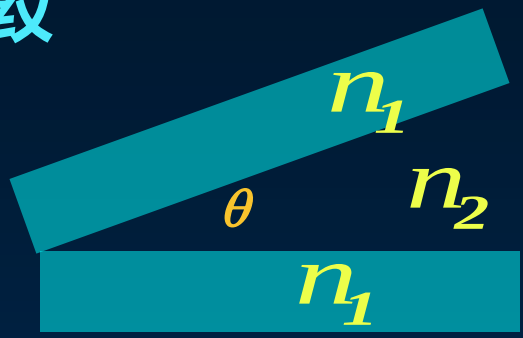
表面上发生干涉

厚度相同处，光程差相同——Equal thickness interference

分析

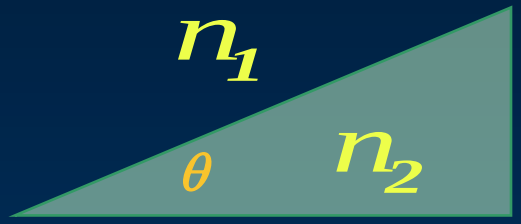
(1) 同一厚度 d 对应同一级等厚条纹

典型等厚干涉 —— 劈尖干涉



- 两相邻明条纹对应的空气层厚度差为

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2}$$



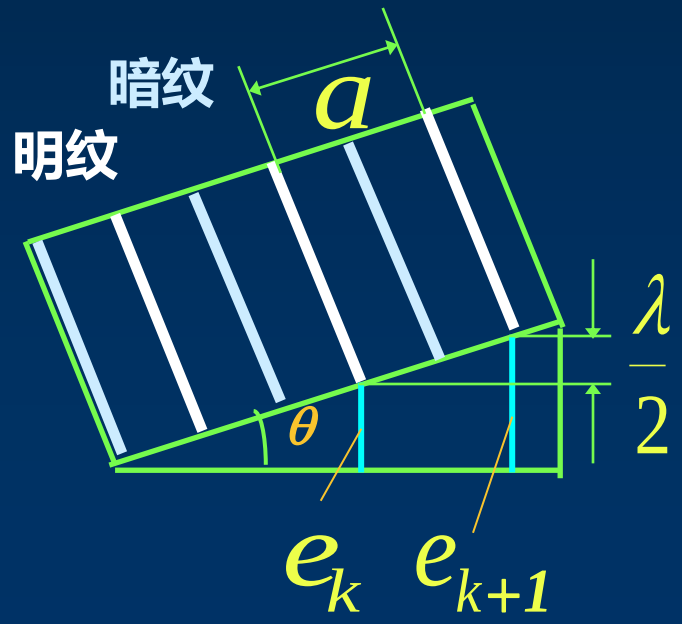
- 两相邻明条纹对应的介质层厚度差为

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \lambda / 2n_2$$

- 明（或暗）条纹间距

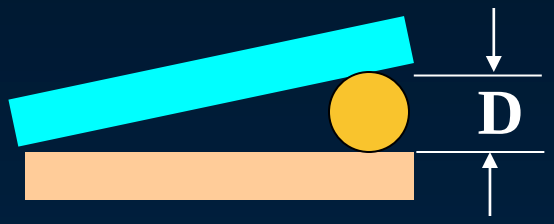
$$a \sin\theta = \frac{\lambda}{2n_2}$$





(2) 等厚干涉（Equal thickness fringes）的应用

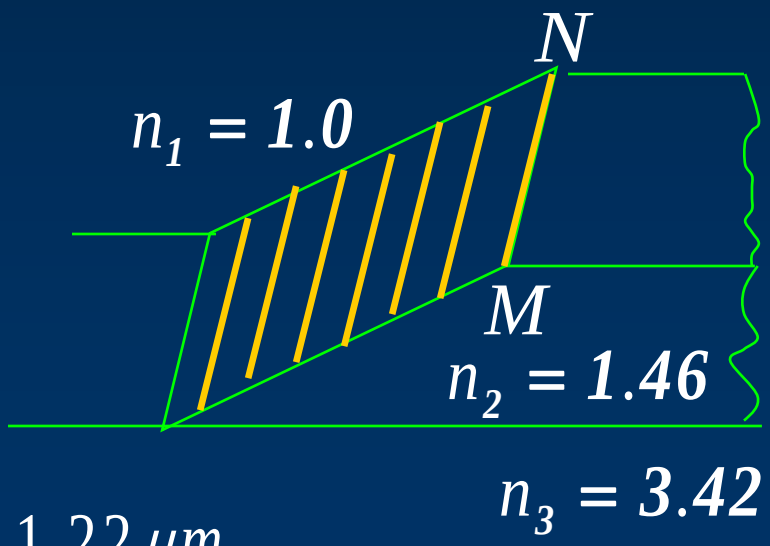
- 测波长：已知θ、n，测 L 可得λ
- 测折射率：已知θ、λ，测 L 可得 n
- 测细小直径 D 、厚度、微小变化



例1：半导体生产中，为测定硅片上SiO_2薄膜的厚度，已知 $SiO_2 : n = 1.46, Si : n = 3.42$ **当用** $\lambda = 5461\,\text{Å}$ **光入射时，薄膜上观测到 7 条暗纹，求薄膜厚度。**

解：已知相邻暗纹对应的厚度为

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n_2} \begin{cases} e' = 6 \times \lambda / 2n_2 \\ + \\ e'' = \lambda / 4n_2 \end{cases}$$

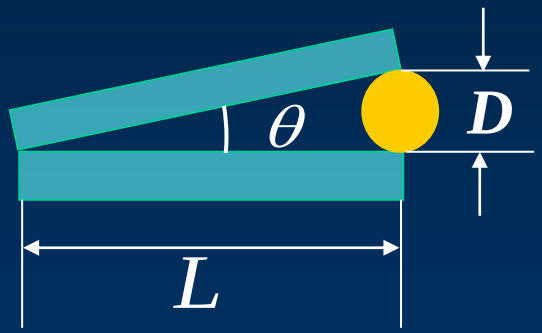


$$\Longrightarrow e = e' + e'' = (13\lambda)/(4n_2) = 1.22\,\mu m$$

例2： 为了测量一根细的金属丝直径D，按图办法形成空气劈尖，用单色光照射形成等厚干涉条纹，用读数显微镜测出干涉明条纹的间距，就可以算出D。已知 单色光波长为589.3 nm，测量结果是：金属丝与劈尖顶点距离L=28.880 mm，第1条明条纹到第31条明条纹的距离为4.295 mm

求： 金属丝直径 D

解： $\sin\theta \approx \dfrac{D}{L}$　　$a \cdot \dfrac{D}{L} = \dfrac{\lambda}{2}$　　$D = \dfrac{L}{a} \cdot \dfrac{\lambda}{2}$



由题知 $a = \dfrac{4.295}{30} = 0.14317\text{mm}$

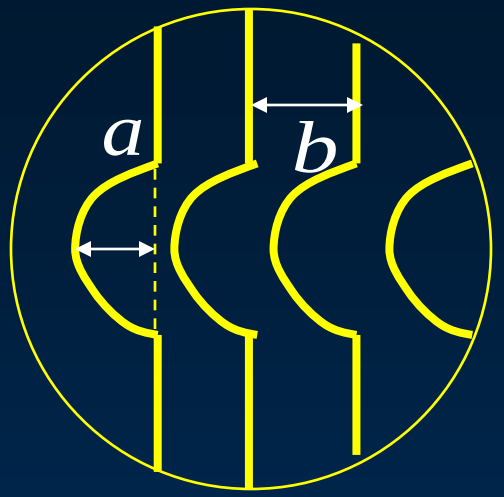
直径 $D = \dfrac{L}{a} \cdot \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{28.880}{0.14317} \times \dfrac{1}{2} \times 0.5893 \times 10^{-3}\text{mm}$

$= 0.05944\text{mm}$

讨论

劈尖干涉的应用 $a=\dfrac{\lambda}{2n_2\sin\theta}$

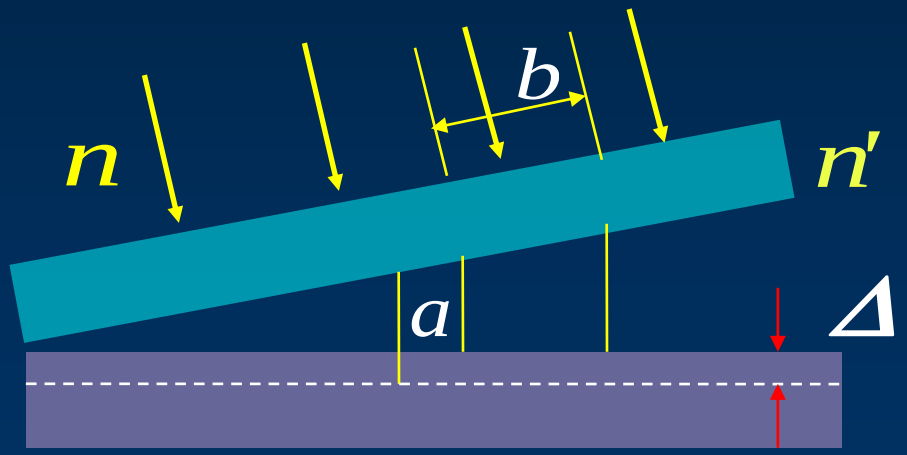
- 检测表面平整度（极小的凹凸不平）



例：如图示，有一等厚干涉条纹

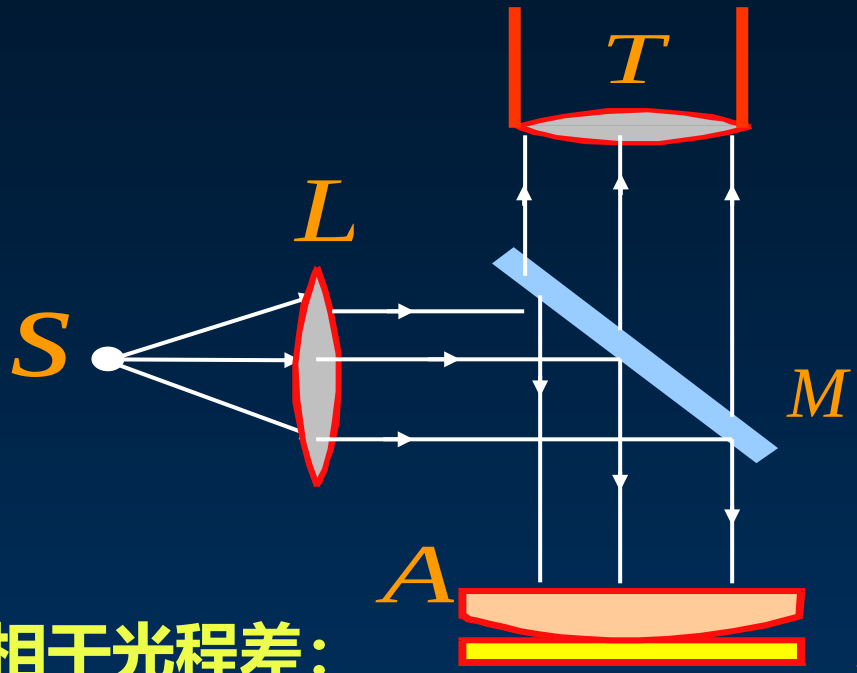
试问：工件表面上出了什么问题?

$$\begin{cases}\sin\theta=\delta e/b=\dfrac{\lambda}{2n_2 b}\\ \sin\theta=\Delta/a\end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{\Delta}{\lambda/2} \quad \Rightarrow \Delta=\frac{a}{2b}\lambda$$

(3) 牛顿环（1665） 玻璃平板与平凸透镜之间，形成空气薄层。



Newton ring

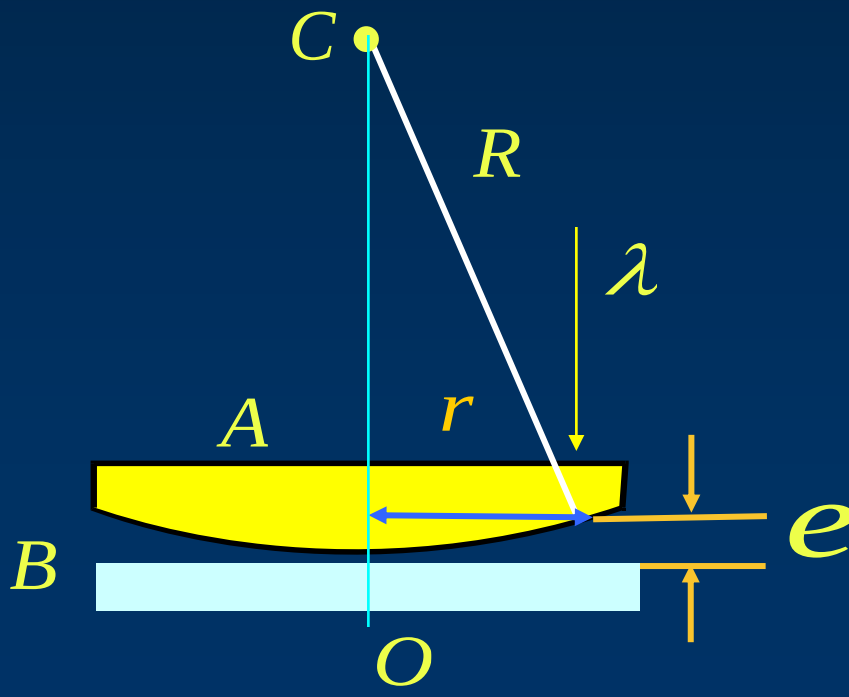


相干光程差：

$$\delta = 2n_2 e + \lambda/2 = 2n_2 \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda}{2}$$

$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 \approx 2Re$$

$$\Rightarrow e = \frac{r^2}{2R}$$



$$\begin{cases} 2\cdot\dfrac{r^2}{2R}+\dfrac{\lambda}{2}=2k\dfrac{\lambda}{2},k=1,2,3,..... & \text{明纹} \\ 2\cdot\dfrac{r^2}{2R}+\dfrac{\lambda}{2}=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2},k=0,1,2,..... & \text{暗纹} \end{cases}$$

干涉条纹的半径 （空气层的折射率近似为1）

$$\begin{cases} r=\sqrt{(2k-1)\cdot\dfrac{R\lambda}{2}}, \quad k=1,2,3,.....\text{明纹} \\ r=\sqrt{k\lambda R}, \qquad k=0,1,2,.....\text{暗纹} \end{cases}$$

讨论

- **干涉条纹特征：**

牛顿环与等倾条纹都是内疏外密的圆环形条纹，而牛顿环的环纹级次由环心向外递增。

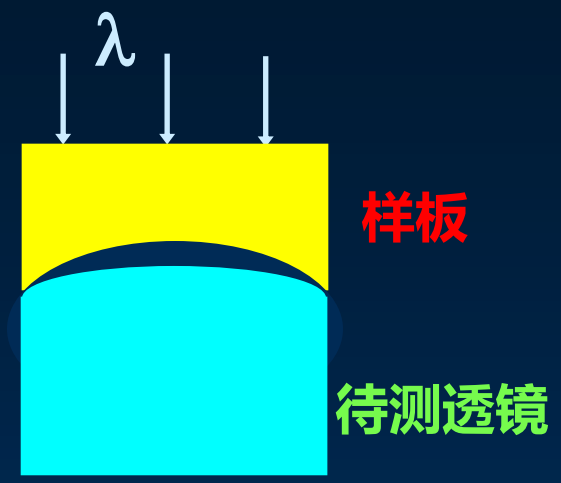
膜层厚度减少时，牛顿环的环纹向外扩张，等倾条纹则相反。

- 测球面透镜的曲率半径 R

$$\begin{cases} r_k^{\,2} = kR\lambda \\ r_{k+N}^{\,2} = (k+N)R\lambda \end{cases}$$

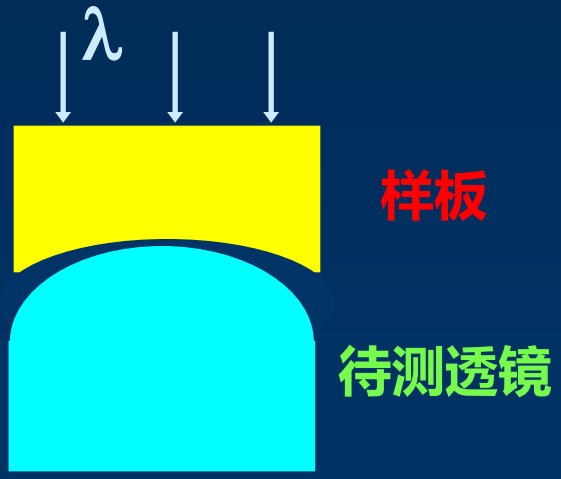
$$\Rightarrow \boxed{r_{k+N}^2 - r_k^2 = NR\lambda}$$

已知λ, 测 N、r_{k+N}、r_k，可得 R。



- 测波长λ:

已知 R，测出 N、r_{k+N}、r_k，可得λ



- 检测透镜的表面曲率半径
- 中央暗纹, 透射条纹与反射条纹相反

三、迈克耳逊干涉仪

1880年，迈克耳逊 （A. Michelson）创建了一种干涉仪（interferometer），用分振幅方法产生双光束干涉。

1. 仪器基本结构和原理

G_1— 分光板　G_2— 补偿板

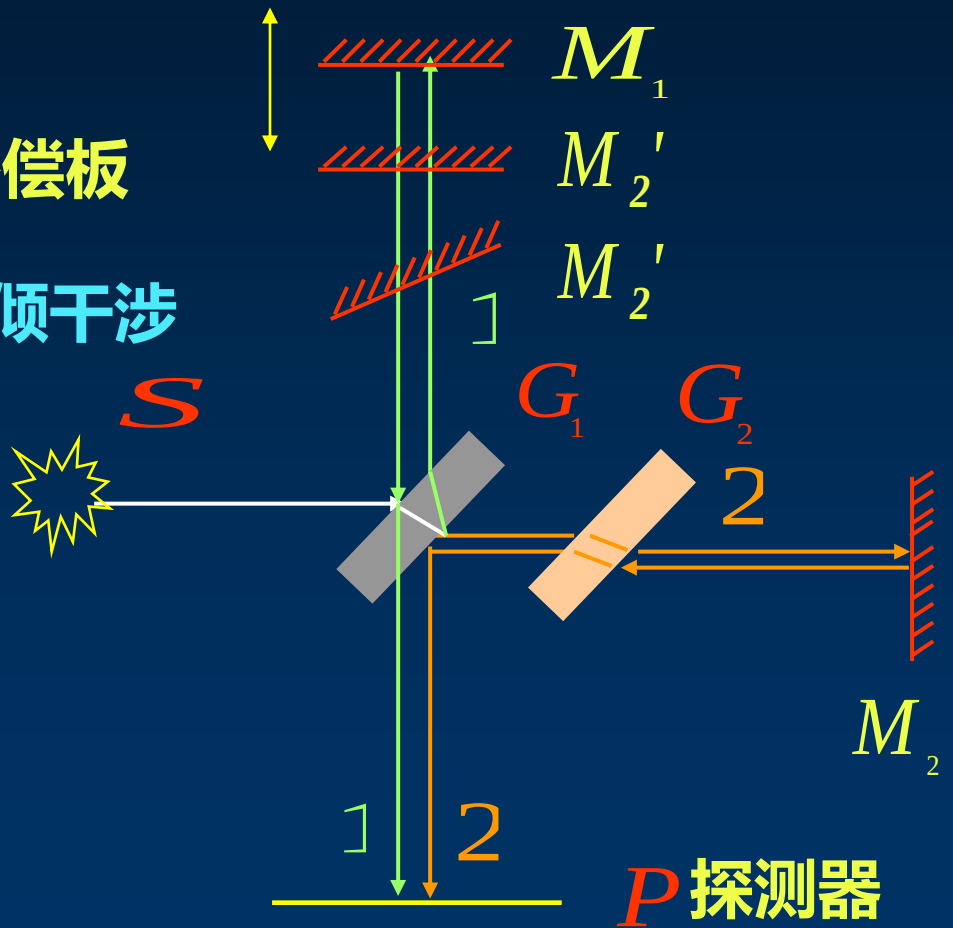
1）当 $M_1 \perp M_2$ ⇨ 等倾干涉

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda}{2}$$

M_1 移动 d 有 N 条

条纹冒出（湮灭）

⇨ $$d = N\frac{\lambda}{2}$$



光束 1 和 2 发生干涉